

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2015 – 2016 учебном году
8 класс

Время выполнения задач — 4 часа

Ограничение по времени — 2 секунды на тест

Ограничение по памяти — 64 мегабайта

8.1. «Большее произведение». Вводятся три целых числа a , b , c . Вывести большее из произведений $a \cdot b$ и $b \cdot c$.

Формат входа: В единственной строке через пробел заданы три целых числа a , b , c , по модулю не превосходящие 30000.

Формат выхода: Выведите единственное целое число — наибольшее из указанных произведений.

Пример

Вход: Выход:

5 2 4 10

8.2. «Суммарная разность». На уроках информатики Петя Торопыжкин начал изучать массивы. Он придумал следующую операцию с массивом: находится разность второго и первого элементов массива, затем третьего и второго, затем четвёртого и третьего, и т.д. до разности последнего и предпоследнего элементов. После все найденные разности суммируются. Помогите Пете, написав программу, которая проделывает указанную операцию над заданным массивом.

Формат входа: В первой строке задано целое число n — количество элементов в массиве ($2 \leq n \leq 1000$). В следующей строке через пробел задано n целых чисел, каждое по модулю не превосходит 10^6 .

Формат выхода: Выведите единственное целое число — сумму попарных разностей соседних элементов массива.

Пример

Вход: Выход:

4 -4

5 2 6 1

Примечание: Результат получается следующим образом: $2 - 5 = -3$, $6 - 2 = 4$, $1 - 6 = -5$, $(-3) + 4 + (-5) = -4$.

8.3. «Наибольший остаток». Часто на уроках информатики Петя Торопыжкин придумывает разные операции для сравнения натуральных чисел. Вот и теперь он предложил новую операцию: одно число больше другого, если его остаток от деления на 2015 больше остатка от деления на 2015 второго числа. Напишите

программу, которая ищет максимальный в смысле Петинского сравнения элемент в массиве чисел. Если таких чисел несколько, укажите любое из них.

Формат входа: В первой строке задано целое число n — количество элементов в массиве ($2 \leq n \leq 1000$). В следующей строке через пробел задано n неотрицательных целых чисел, каждое из которых не превосходит 10^8 .

Формат выхода: Выведите какое-нибудь число из заданного набора, дающее максимальный остаток при делении на 2015.

Пример

Вход: Выход:

3 2016

1 0 2016

8.4. «Сколько символов». На парте в кабинете английского языка Петя Торопыжкин обнаружил длинное слово (состоящее только из букв латиницы — кабинет-то английского языка!). Петин сосед по парте выбрал одну букву из латинского алфавита и спросил Петю, сколько раз эта буква встречается в обнаруженном слове. Помогите Пете посчитать количество вхождений, напишите соответствующую программу.

Формат входа: В первой строке задан единственный символ. Во второй строке задана строка. Все символы — заглавные латинские буквы. Длина строки не превосходит 255 символов.

Формат выхода: Выведите единственное неотрицательное целое число — количество вхождений символа в строку.

Пример

Вход: Выход:

A 4

ABCASVAA

8.5. «Крайние элементы». Петя Торопыжкин пошёл в поход. Чтобы поставить палатку, ему нужны три длинных палки (чтобы поставить распорки) и три коротких (для колышков). На месте стоянки нашлось n палок. Пете нужно выбрать три самые длинные из них и три самые короткие. Помогите ему, напишите соответствующую программу.

Формат входа: В первой строке задано целое число n — количество найденных палок ($6 \leq n \leq 1000$). В следующей строке через пробел задано n целых чисел — длины найденных палок (в каком-то порядке). Каждая длина есть натуральное число, не превосходящее 10^8 .

Формат выхода: Выведите в порядке возрастания шесть чисел, разделённых пробелами: три наименьших и три наибольших длины палок среди имеющегося набора.

Пример

Вход:

7

6 1 5 3 2 4 7

Выход:

1 2 3 5 6 7

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2015 – 2016 учебном году
9 класс

Время выполнения задач — 4 часа

Ограничение по времени — 2 секунды на тест

Ограничение по памяти — 64 мегабайта

9.1. «Наибольший хвост». Заданы три натуральных числа n_1, n_2, n_3 , не меньших 10. Выведите то из них, две последние цифры которого, будучи рассмотрены в том же порядке, что и в десятичной записи числа, дают наибольшее двузначное число.

Формат входа: В единственной строке через пробел заданы три натуральных числа n_1, n_2, n_3 ($10 \leq n_i \leq 10^6$).

Формат выхода: Выведите единственное число, имеющее наибольшее двузначное число в разряде десятков и единиц. Если два или все три числа имеют одинаковые числа в этих разрядах, выведите любое из них.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
198 691 19 198	

9.2. «Победа в бою». В свободное от уроков и тренировок по плаванию время Петя Торопыжкин играет в компьютерные игры. В очередном бою у Пети имеется отряд из k_1 пехотинцев, каждый из которых имеет силу удара s_1 и здоровье h_1 . У компьютерного противника также имеется отряд из k_2 пехотинцев, каждый с ударом s_2 и здоровьем h_2 . Отряд Пети первым наносит удар по отряду противника, затем атакует отряд противника, потом снова Петин отряд и т.д. Отряд из k человек (неважно, есть ли среди них раненый боец или нет) с ударом s наносит $k \cdot s$ единиц урона, которые последовательно вычитаются из здоровья наиболее раненого члена атакуемого отряда. Если единиц урона больше, чем здоровье такого члена отряда, то он умирает и здоровье начинает списываться у другого солдата (который также может погибнуть, если урона слишком осталось много) — до тех пор, пока есть живые солдаты или есть очки урона.

Напишите программу, которая определяет по указанным входным данным, какой отряд выживет в таком бою и сколько солдат останется в его составе.

Формат входа: В первой входной строке через пробел указаны три целых числа k_1, s_1, h_1 . Во второй строке так же через пробел указаны числа k_2, s_2, h_2 . При этом $1 \leq k_i, s_i, h_i \leq 1000$.

Формат выхода: Выведите через пробел два целых числа. Первое — 1, если выживет Петин отряд, или 2, если выиграет противник. Второе число — численность выжившего отряда (включая и раненого солдата, если такой есть).

Пример 1		Пример 2	
<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>	<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
1 1 100	1 1	1 1 100	2 1
1 1 100		1 1 101	

9.3. «Новый химический элемент». Сидя на уроке химии, Петя Торопыжкин мечтал о том, как он откроет новый химический элемент. Потом он задумался о его названии и обозначении. И тут он заметил на парте в кабинете химии длинное слово, состоящее из заглавных латинских букв, и решил, что обозначением будет сочетание двух последовательных букв из увиденного слова. Но сочетаний много, и Петя решил выбрать из них минимальное в лексикографическом порядке.

Напомним, что лексикографический порядок сравнения слов — это порядок, принятый в словарях: слова сравниваются по первым буквам, при их равенстве по вторым, при равенстве вторых — по третьим и т.д., пока будет найдена несовпадающая пара букв, которая определит порядок слов, или одно из слов не кончится; в последнем случае более короткое слово, совпадающее с началом более длинного, считается меньшим.

Помогите Пете, написав программу, которая по введённому слову найдёт минимальное в лексикографическом порядке двухбуквенное подслово.

Формат входа: В единственной строке задано слово, состоящее из заглавных букв латиницы. Длина слова не менее 2 и не более 255 символов.

Формат выхода: Выведите единственную строку, содержащую минимальное в лексикографическом порядке двухбуквенное подслово входной строки.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
ZCYBWA	BW

9.4. «Странное сравнение». На математическом кружке Петя Торопыжкин прослушал лекцию на тему отношений порядка и узнал, что целые числа можно сравнивать не только так, как это принято на уроках математики. Например, можно считать, что любое чётное число меньше любого нечётного, а пару чётных чисел или пару нечётных чисел уже сравнивать по обычным правилам — и это тоже будет порядком на натуральных числах! Правда, непривычным. В портфеле у него завалялся листочек с каким-то набором целых чисел, и он заинтересовался, какое из чисел меньше (в смысле обычного порядка): k -е число в наборе, отсортированном по обычным правилам, или k -е в наборе, отсортированном в смысле порядка, описанного выше (когда любое чётное число меньше любого нечётного). Помогите ему, написав программу, которая будет отвечать на этот вопрос.

Формат входа: В первой строке через пробел задано два целых числа: n — количество чисел на Петин листочке — и k — позиция чисел в отсортированных наборах ($1 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq k \leq n$). Во второй строке через пробел задано n целых

чисел, по модулю не превосходящих 10^6 . меньшее из чисел, стоящих на k -м месте в наборах, отсортированных по указанным правилам (считаем, что первое число в наборе имеет индекс 1).

Пример 1

Вход: Выход:
3 3 5
5 100 6

Пример 2

Вход: Выход:
3 3 100
100 6 2

Примечание: В первом примере на третьем месте будет в необычном порядке будет стоять 5, поскольку в смысле необычного порядка любое нечётное число больше любого чётного; при обычной сортировке — число 100; меньшее из них — 5. Во втором примере нет нечётных чисел, поэтому обычный и необычный порядки просто совпадают и на третьем месте в обоих случаях стоит 100.

9.5. «Кратные делители». Петя Торопыжкин изучил программирование и стал решать разные математические задачи на компьютере. В частности, он вспомнил задачку из 6-го класса на понятие делимости: пусть имеется набор натуральных чисел $\{n_i\}$ и натуральное число m . Вопрос: делителем какой степени является число m для совокупного НОК чисел n_i ?

Совокупное НОК (наименьшее общее кратное) набора натуральных чисел — это наименьшее натуральное число, для которого любое число из имеющегося набора будет делителем.

Помогите Пете, напишите соответствующую программу.

Формат входа: В первой строке через пробел задано два целых числа: n — количество чисел в наборе — и число m ($1 \leq n \leq 10^5$, $2 \leq m \leq 10^6$). Во второй строке через пробел задано n натуральных чисел, не превосходящих 10^6 .

Формат выхода: Выведите единственное неотрицательное целое число — степень делителя m у совокупного НОК чисел n_i .

Пример 1

Вход: Выход:
3 2 2
100 5 2

Пример 2

Вход: Выход:
3 3 0
100 5 2

Примечание: В примерах $\text{НОК}(100, 5, 2) = 100$. В первом примере 100 делится на $4 = 2^2$, но не делится на $8 = 2^3$. Во втором примере 100 не делится на 3, то есть делится на $1 = 3^0$.

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2015 – 2016 учебном году
10 класс

Время выполнения задач — 4 часа

Ограничение по времени — 2 секунды на тест

Ограничение по памяти — 64 мегабайта

10.1. «Сумма последовательности». Формула общего члена последовательности —

$$a_n = \text{round}(|10 \cdot \sin(n^2 + 2n + 5)|).$$

Здесь аргумент синуса подразумевается в радианах, $|\cdot|$ — функция модуля числа, $\text{round}(\cdot)$ — функция округления. Для заданного натурального числа S найдите минимальный номер k такой, что сумма последовательности $a_1 + a_2 + \dots + a_k$ превзойдёт S .

Формат входа: На входе задаётся единственное натуральное число — величина S ($1 \leq S \leq 1000$).

Формат выхода: Выдайте единственное натуральное число k — искомый индекс.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
22	3

Примечание: Указанная последовательность имеет вид 10, 4, 9, 7, ..., поэтому сумма первых трёх её членов превзойдёт 22.

10.2. «Вариация массива». Петя Торопыжкин назвал *вариацией массива* следующую операцию: массив сортируется по возрастанию элементов, затем находится разность второго и первого элементов отсортированного массива, затем третьего и второго, затем четвёртого и третьего, и т.д. до разности последнего и предпоследнего элементов. После все найденные разности суммируются. Помогите Пете, написав программу, которая проделывает указанную операцию над заданным массивом.

Формат входа: В первой строке задано целое число n — количество элементов в массиве ($2 \leq n \leq 1000$). В следующей строке через пробел задано n целых чисел, каждое по модулю не превосходит 10^6 .

Формат выхода: Выведите единственное целое число — вариацию заданного набора чисел.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
4	5
5 2 6 1	

Примечание: Результат получается следующим образом: отсортированный массив: 1 2 5 6; вычисляем разности: $2 - 1 = 1$, $5 - 2 = 3$, $6 - 5 = 1$; вычисляем сумму разностей: $1 + 3 + 1 = 5$.

10.3. «Космическая стратегия». В одной космической стратегической игре, которая нравится Пете Торопыжкину, производство на планете зависит от величины её населения. Начав новую партию, Петя собрал информацию о численности населения каждой из планет, присутствующих в игре, и хочет выяснить, какая численность населения является наиболее распространённой в игровой Вселенной (чтобы знать, на какой уровень производства можно рассчитывать в среднем). Помогите ему, напишите соответствующую программу.

Формат входа: В первой строке задано целое число n — количество планет в игровой Вселенной ($1 \leq n \leq 10^5$). В следующей строке через пробел в каком-то порядке задано n натуральных чисел, не превосходящих 10^9 — населения планет.

Формат выхода: Выведите единственное натуральное число — численность населения, наиболее часто встречающуюся в текущей Вселенной. Если таких численностей несколько, выведите меньшую из них (чтобы Пете готовиться к худшему из возможных вариантов).

Пример 1

Вход:

4
100 50 100 5

Выход:

100

Пример 2

Вход:

4
100 50 100 50

Выход:

50

10.4. «Корень сравнения». На математическом кружке Петя Торопыжкин изучил тему «Сравнения». В теории чисел *алгебраическим сравнением по модулю p* (p — натуральное число) называют выражение вида

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \equiv 0 \pmod{p},$$

то есть выражение, в левой части которого стоит многочлен с целыми коэффициентами. Корнем сравнения называют такое целое число, которое, будучи подставленным в левую часть, даёт значение, *сравнимое с нулём по модулю p* , то есть дающее остаток 0 при делении на p . Понятно, что если сравнение имеет один корень x_0 , то корнями являются также числа $x_0 + k \cdot p$, k — любое целое число.

Пете задали несколько сравнений на дом, и он решил все задачи, кроме одной, в которой он несколько коэффициентов многочлена в левой части записал неразборчиво из-за кончающейся ручки. Тогда он задался вопросом: каковы могут быть значения этих коэффициентов, чтобы число $p - 1$ было корнем этого сравнения? Опять понятно, что если какое-то число a_i является ответом к задаче, которую поставил себе Петя, то числа $a_i + k \cdot p$ тоже будут ответами. Поэтому Петя хочет найти ответ, в котором все неопределённые коэффициенты лежат в диапазоне от 0 до $p - 1$ включительно. Помогите ему, напишите соответствующую программу. Заметим, что такая задача всегда имеет решение, если хотя бы

один из коэффициентов неопределён. Также считаем, что старший коэффициент заведомо является определённым.

Формат входа: В первой строке перечислены три натуральных числа: n — степень сравнения (степень многочлена в левой части), k — количество неопределённых коэффициентов — и p — модуль сравнения ($1 \leq n \leq 1000$, $1 \leq k \leq n$, $2 \leq p \leq 10^6$). В следующей строке через пробел в порядке убывания перечислены степени переменной x , при которых коэффициенты не определены — целые числа из диапазона от 0 до $n - 1$. В третьей строке через пробел перечислены $(n + 1 - k)$ чисел — заданные коэффициенты в порядке убывания степеней, целые числа, по модулю не превышающие 10^6 .

Формат выхода: Выдайте набор из k целых чисел, каждое из диапазона от 0 до $p - 1$, таких, что при их подстановке в сравнение вместо неопределённых коэффициентов (в порядке убывания степеней) полученное сравнение будет иметь корень $p - 1$. Если ответов несколько, выдайте любой из них.

Пример

Вход: Выход:

3 2 5 0 4
2 0
4 -10

Примечание: В примере задано сравнение $4x^3 + ?x^2 - 10x + ? \equiv 0 \pmod{5}$ ($?$ — неопределённые коэффициенты). Подстановка вместо неопределённых коэффициентов чисел из предлагаемого ответа (0 в коэффициент у x^2 , 4 вместо свободного члена) даёт сравнение $4x^3 - 10x + 4 \equiv 0 \pmod{5}$, которое действительно имеет корень $4 = 5 - 1$: $4 \cdot 4^3 - 10 \cdot 4 + 4 = 256 - 40 + 4 = 220 \equiv 0 \pmod{5}$.

10.5. «Странное сравнение строк». Петя Торопыжкин решил придумать новый способ сравнения строк: фиксируется строка-ключ, и рассматривается количество вхождений сравниваемых строк в строку-ключ. Если эти количества не равны, то они определяют порядок строк, если же они равны, то строки сравниваются в лексикографическом порядке. Петя решил написать программу, которая для заданной строки-ключа находит наибольшую строку из заданного набора в смысле придуманного им порядка. Помогите ему в написании такой программы.

Формат входа: В первой строке задана строка-ключ. Во второй строке задано целое число n — количество строк в наборе ($1 \leq n \leq 10000$). В следующих n строках заданы строки из набора. Каждая строка (из набора и строка-ключ) задаётся в виде `длина_символы`. Все строки непусты, состоят из заглавных букв латиницы. Строка-ключ имеет длину не более 10000 символов, строки из набора — не более 100 символов. Все строки из набора попарно различны.

Формат выхода: Выдайте единственную строку — наибольшую в смысле предложенного Петей порядка.

Пример 1

Вход:

Выход:

8 ABCABCAВ АВ

3

2 АВ

3 BCD

2 BC

Пример 2

Вход:

Выход:

9 ABCABCAВC BC

3

2 АВ

3 BCD

2 BC

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2015 – 2016 учебном году
11 класс

Время выполнения задач — 4 часа

Ограничение по времени — 2 секунды на тест

Ограничение по памяти — 64 мегабайта

11.1. «Вычитаем единицу». Задано трёхзначное натуральное число, не содержащее в своей десятичной записи нулей. Какое число получится, если из каждой десятичной цифры исходного числа вычесть единицу?

Формат входа: Задано единственное трёхзначное натуральное число, большее 200 и не содержащее нулей в своей десятичной записи.

Формат выхода: Выдайте новое число.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
536	425

11.2. «Выгодное финансовое вложение». Родители Пети Торопыжкин решили открыть банковский вклад на P дней. Выбранный ими банк предлагает несколько видов вкладов, каждый из которых описывается периодом капитализации (в днях) и процентной ставкой, добавляемой к сумме вклада в конце каждого полного срока капитализации. Если вклад снимается до окончания очередного срока капитализации, то за неполный период проценты не начисляются. Помогите Пете написать программу, которая выяснит, который из видов вкладов наиболее выгоден.

Формат входа: В первой строке задано через пробел два целых числа: P — длина в днях периода, на который планируется разместить деньги в банке, и n — количество видов вкладов ($1 \leq P \leq 10^5$, $1 \leq n \leq 100$). В следующих n строках идут описания видов вкладов: два целых числа d_i и s_i — период капитализации в днях очередного вклада и процент по этому вкладу за период капитализации ($1 \leq d_i \leq 10^5$, $0 \leq s_i \leq 20$).

Формат выхода: Выведите единственное целое число — номер наиболее выгодного вида вклада (в том порядке, в каком они задавались на входе; первый вид имеет номер 1).

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
200 2	2
100 20	
9 2	

11.3. «В шеренгу становись!». Класс Пети Торопыжкина строится по росту (по убыванию роста) в шеренгу на урок физкультуры. Некоторые из учеников имеют одинаковый рост, так что их взаимные перестановки не изменяют правильности шеренги, но сделают шеренгу новой. Нужно посчитать количество различных шеренг, в которые может выстроиться Петин класс. Так как это число может быть слишком большим, то посчитайте его по модулю 50 000 (то есть посчитайте остаток от деления этого числа на 50 000).

Формат входа: В первой строке задано n — количество групп школьников, в каждой из которых ребята имеют один рост ($1 \leq n \leq 10^5$). Во второй строке через пробел перечислены величины p_i — численность каждой группы ($1 \leq p_i \leq 10^6$).

Формат выхода: Выдайте единственное целое число — количество различных шеренг, взятое по модулю 10^5 .

Пример

Вход: Выход:

4 15200

1 7 5 4

11.4. «Получить палиндром». Петя Торопыжкин изучает на уроках информатики работу со строками. Он уже изучил первую из операций — обращение подстроки, то есть изменение порядка символов в подстроке, заданной индексом своего первого символа и длиной, на обратный. Его заинтересовало, можно ли при помощи только этой операции превратить заданную непустую строку в *палиндром*, то есть в строку, одинаково читающуюся с начала и с конца. Помогите ему, написав программу, которая для заданной строки будет отвечать на этот вопрос. В случае возможности получения палиндрома программа должна выдавать последовательность операций, приводящую к получению палиндрома, максимально возможного в лексикографическом порядке. Количество команд не должно превосходить длины строки. Если превращение невозможно, программа должна выдать наименьшее количество символов, которые надо удалить из исходной строки, чтобы такое превращение стало возможным.

Формат входа: В первой строке задано единственное натуральное число n , не превосходящее 10^4 — длина строки. В второй строке задана строка, которую хочет обработать Петя. Она состоит из n заглавных латинских символов.

Формат выхода: Если заданную строку можно превратить в палиндром, то в первой строке выдайте YES. Во второй строке выдайте количество операций, за которые может быть получен палиндром, максимальный в лексикографическом порядке (величина, не превосходящая длины строки). В следующих строках описываются операции обращений подстрок (по одной в строке): пара целых чисел через пробел — индекс (отсчитываемый от 1) первого символа обращаемой подстроки и её длина. В случае невозможности превращения строки в палиндром в

первой строке выдайте NO, а во второй выдайте единственное целое число — минимальное количество символов, которые надо удалить из строки, чтобы её всё-таки можно было превратить в палиндром.

Пример 1

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
5	YES
XYXZY	2
	3 2
	1 2

Пример 2

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
5	NO
YXZXW	2

Примечание: Во втором примере из строки достаточно удалить два символа, например, Y и W, после чего строку можно превратить в палиндром. Удалением одного символа обойтись нельзя.

11.5. «Лягушка-поскакушка». В саду у Пети Торопыжкина много лягушек. Вот и сейчас лягушка скачет по прямой садовой дорожке, вымощенной n квадратными плитками, уложенными в ряд. Вначале она сидит на первой плитке, и, конечно, ей хочется проскакать всю дорожку. Каждый раз лягушка прыгает в направлении нужного ей конца дорожки. Первый прыжок она может сделать максимум на m плиток (с 1-й на $(m+1)$ -ю), а длина каждого следующего прыжка l_i не может превосходить величины $\lfloor k/l_{i-1}^2 \rfloor$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ — округление вниз, а l_{i-1} — величина предыдущего прыжка. Петя задумался: за какое минимальное количество прыжков лягушка может выскочить за пределы последней n -й плитки? Напишите программу, которая находит это число.

Формат входа: В первой строке заданы три целых числа n — количество плиток на дорожке, m — максимальная дальность первого прыжка — и k — параметр прыжка ($1 \leq n, m \leq 10^5$, $1 \leq k \leq 1000$).

Формат выхода: Выдайте единственное целое число — минимальное количество прыжков, за которое лягушка может соскочить с дорожки.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
10 5 10	2

Примечание: В примере лягушка может сначала прыгнуть на одну плитку, а вторым прыжком — на 10 плиток, тем самым оказавшись за пределами дорожки.